ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO EN INGENIERÍA

Objetivo de la materia: Al término del curso, el alumno analizará los principios de la electricidad y el magnetismo; aplicará las leyes relacionadas con el electromagnetismo, para su correcta aplicación en la solución de problemas de ingeniería.

Electricidad y Magnetismo

(Sesión 10)

Objetivo: Comprender los conceptos de carga y campo. Introducir al estudiante en la relación existente entre electricidad y magnetismo

5.4 Transformadores
5.5 Corriente alterna y corriente directa
5.6 Corriente por inducción magnética
5.7 Fuerza electromagnética

Transformadores

Ejemplo:

Se tiene un equipo que funciona con 240 V para obtener una potencia de 960 Watts

¿Qué podemos hacer para que funcione a 120 V?

¿Cuánta corriente tomará de la línea de 120V ?

Valor efectivo (RMS)

Como un voltaje o corriente senoidal tiene la misma forma arriba y abajo del eje,

la pregunta de cómo se puede entregar potencia a una carga puede ser molesta porque parece que el flujo neto hacia una carga en un ciclo completo es cero.

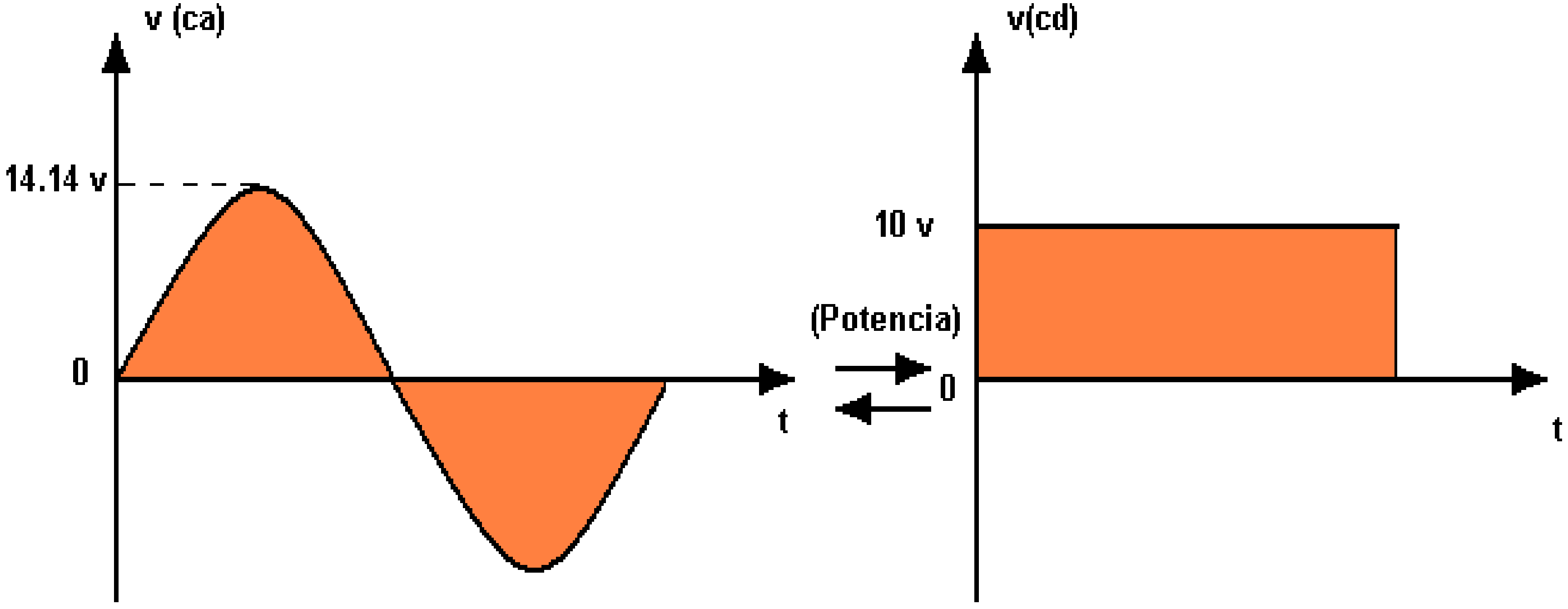
Sin embargo, simplemente hay que tener en cuenta que en cada instante de la porción positiva o negativa de la onda se entrega potencia y la carga la disipa.

Por tanto, la potencia entregada en cada instante es aditiva aun cuando la corriente puede cambiar de dirección.

- Para determinar un solo valor numérico que pueda asociarse con el voltaje o corriente senoidal que varían con el tiempo.
- Se desarrolló por medio de experimentos una relación entre una cantidad de CD. Y una cantidad de CA. Cuyo resultado sería que cada una entregue la misma cantidad de potencia a una carga.

Los resultados señalaron que si se aplica una fuente de dc. De 10 Volts a una carga se puede entregar la misma potencia con un voltaje senoidal cuyo valor máximo sea de 14.14 Volt ca.

En forma de ecuación, El valor de cd. Equivalente o efectivo de un voltaje senoidal es igual a 0.707 veces del valor máximo de ac.



Relación entre los valores efectivos

En la fig. anterior

$$0.707(V_p) = 0.707\ (14.14) = 10\ V$$

En forma de ecuación

$V_{cd\ equivalente} = E_{efect} = 0.707(V_{max}) = 1/\sqrt{2}\ (V_{max})$

y

$I_{cd\ equivqlente} = I_{efect} = 0.707\ (I_{max}) = 1/\sqrt{2}\ (I_{max})$

Sea la función:

$$v = 170V_{max} \text{ sen } (\omega t + \theta)$$

Donde: $\omega = 2\Pi f$ Siendo $f = 60$ Hz

$\theta = 0$

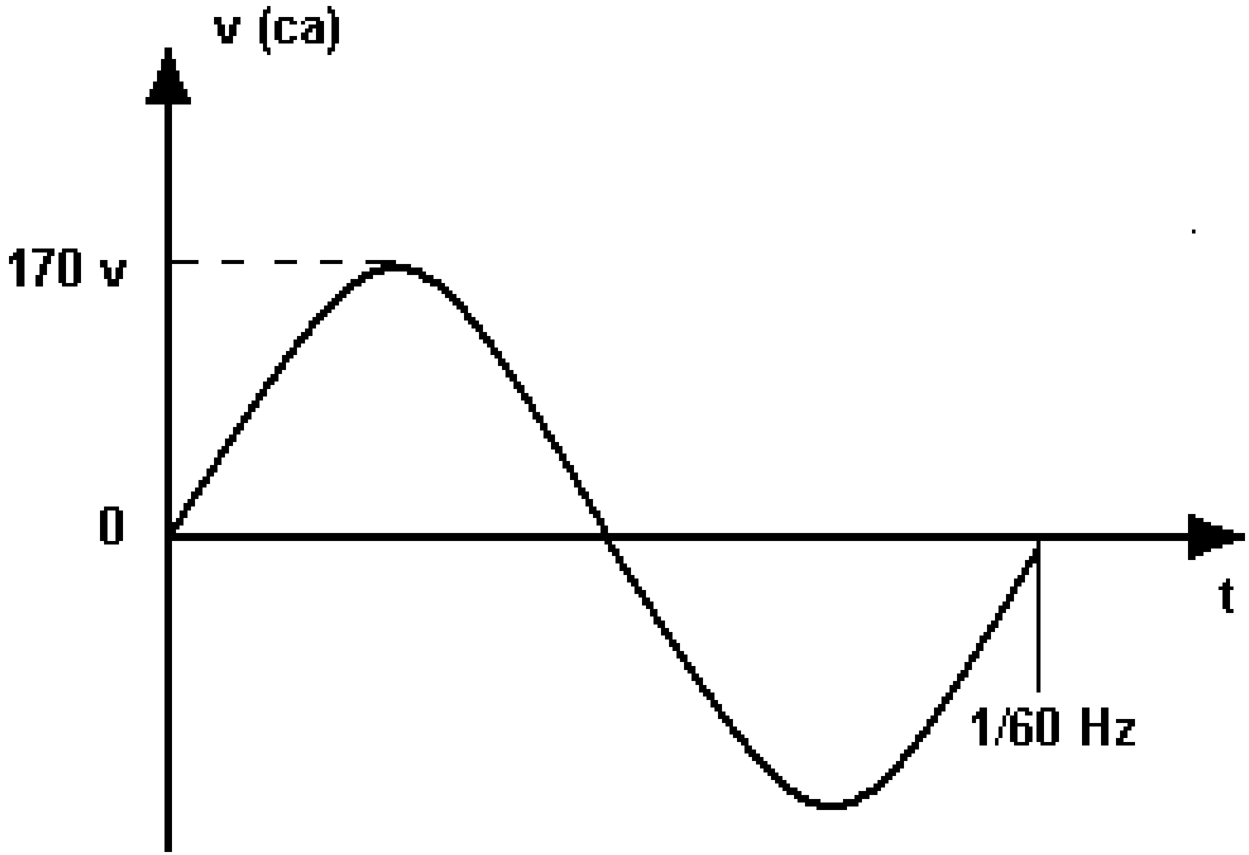
Queda:

$$v = 170 \text{ sen } 377t$$

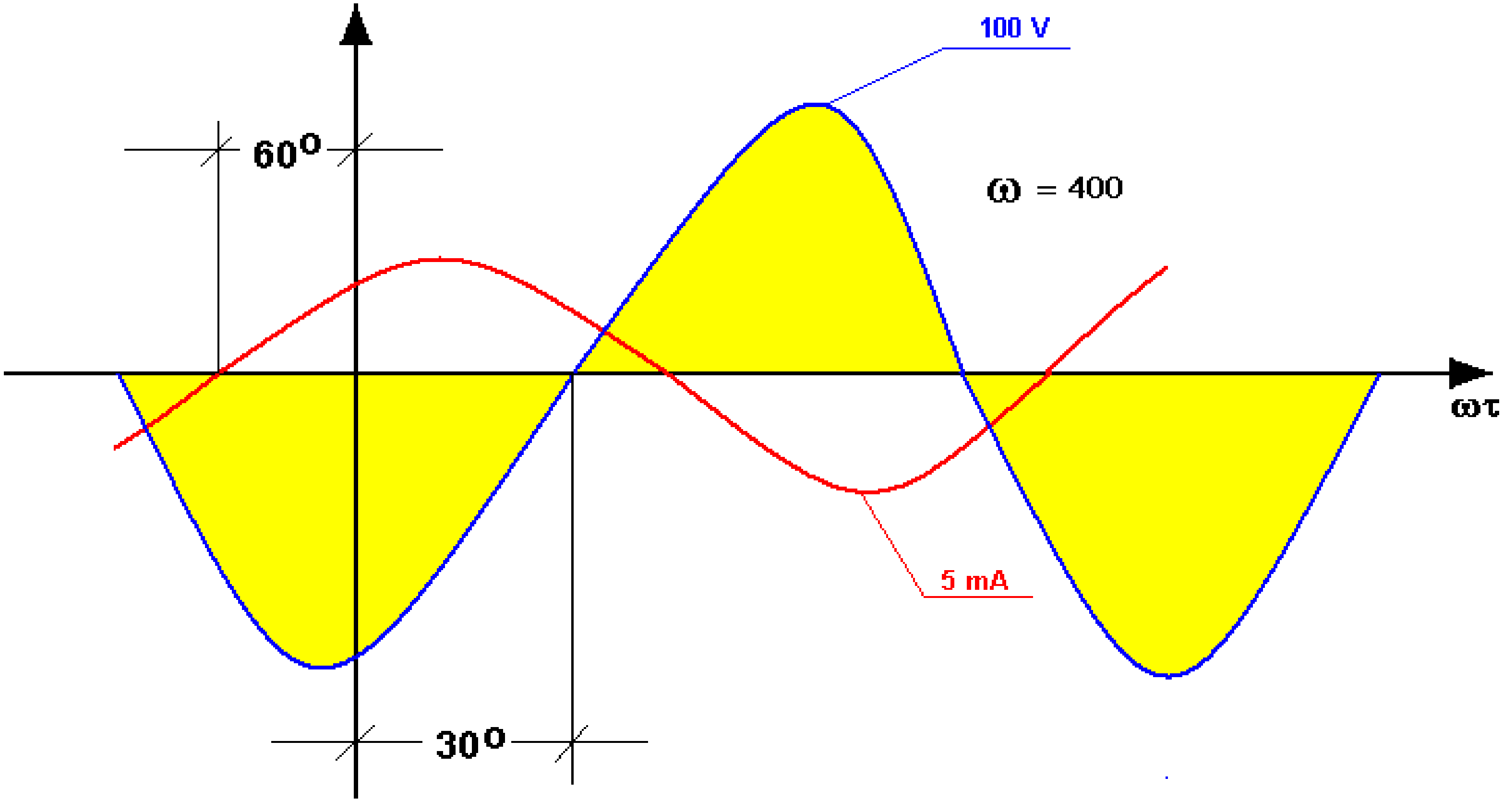
$$V_{efec} = 0.707(170)$$

$$V_{efec} = 120 \text{ V.}$$

Nótese que la frecuencia no interviene en la determinación del valor de cd equivalente


v (ca)
170 v
0
t
1/60 Hz

Se tienen las siguientes formas de ondas



Ej: De las formas de ondas anteriores determine los valores efectivos de Corriente y voltaje.

$I_{efect} = (0.707)\,(5 \times 10^{-3}\ A) = 3.535\ mA$

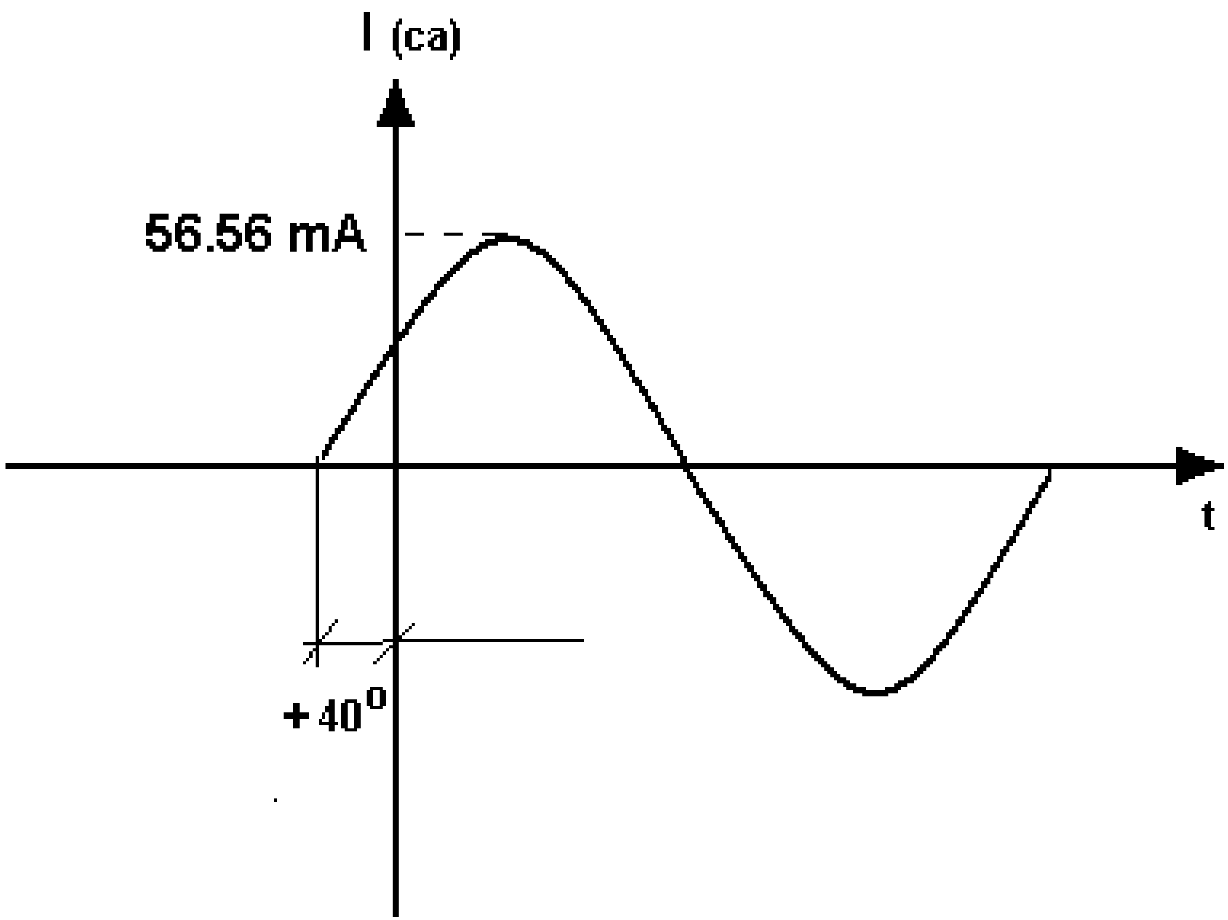
$V_{efect} = (0.707)\,(100\ V) = 70.7\ V$

Escriba la expresión senoidal para un voltaje que tiene un valor rms de 40 mV una frecuencia de 500 Hz y el defasaje inicial de + 40º

$$V_p = 1.414(V_{rms}) = 1.414(40mV) = 56.56\ mV$$

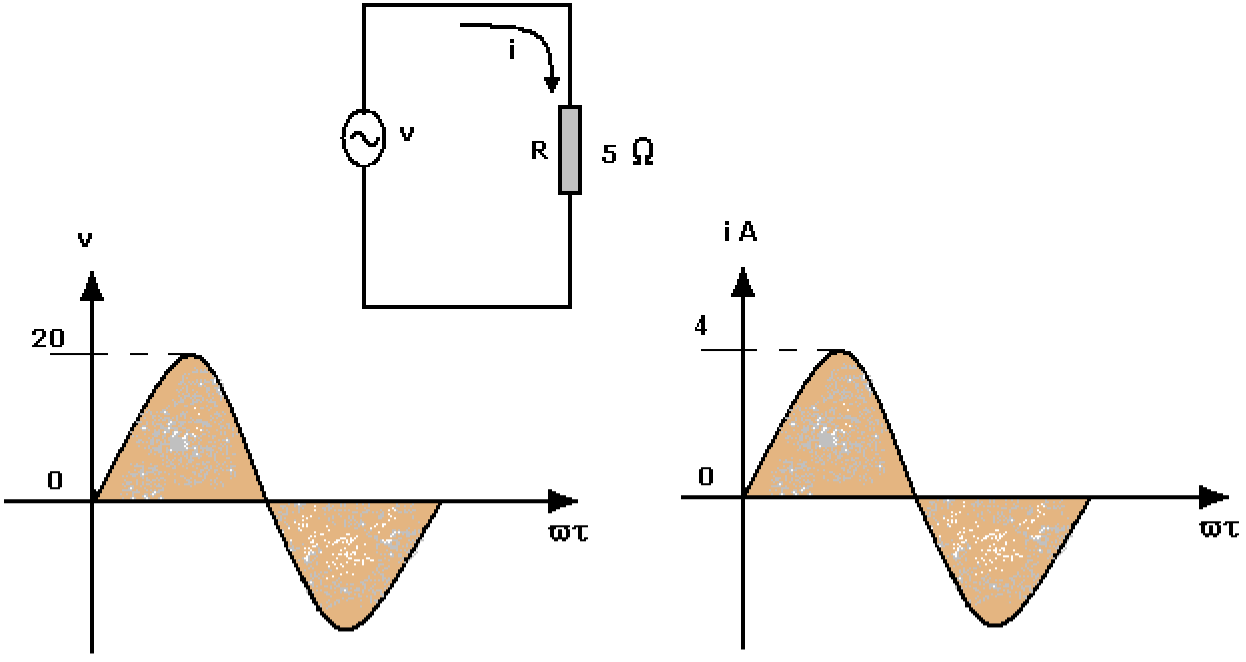
$$\omega = 2\Pi f = (6.283)(0.5\ kHz) = 3.142 \times 10^3\ rad/s$$

$$V = 56.56 \times 10^{-3}\ sen(3142t + 40º)$$


I (ca)
56.56 mA
t
+ 40°

Analizaremos el efecto de una señal de ca. En los elementos R, C y L

En el resistor R



Red resistiva de corriente alterna simple

Tenemos que:

$$i = v/R = V/R \text{ sen } \omega t$$

$$i = 20/5 \text{ sen } \omega t$$

$$i = 4 \text{ sen } \omega t$$

Potencia en el resistor:

$$P_R = I^2_R R = V^2_R/R = V_R I_R$$

En el caso de la fig.

Tenemos:

$$P_R = V_R I_R \; (20/\sqrt{2}V)\; (4/\sqrt{2}A)$$

$$= 80/2 \text{ W}$$

$$P_R = 40 \text{ Watts.}$$

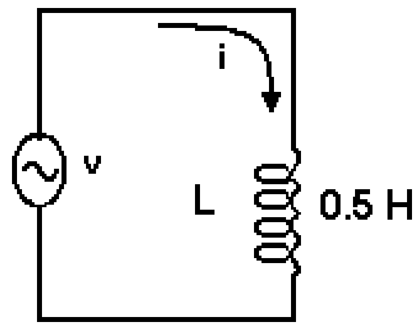
Llamada potencia real ó Activa

La reacción de una bobina o de un capacitor a una señal de ca. Es completamente diferente a la de una resistencia.

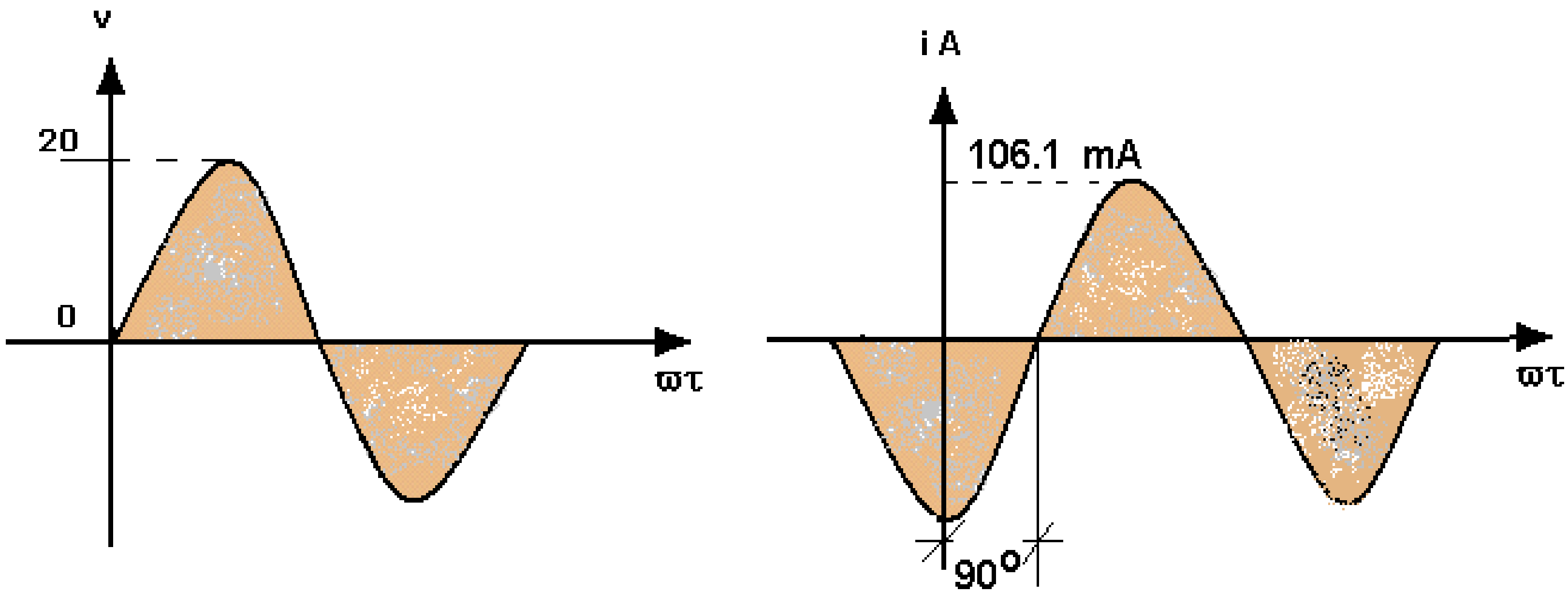
Ya que los capacitores y las bobinas limitan la cantidad de corriente aunque ninguno de ellos disipan la energía que reciben.

Simplemente la almacenan en la forma de un campo eléctrico en el capacitor y en un campo magnético en inductor.

$v = 20 \text{ sen } 377t$
$f = 60 \text{ Hz}$



$X_L = \omega L = (377)(0.5)$
$= 188.5\ \Omega$
y
$i = 106.1 \times 10^{-3} \text{ sen } (377t - 90^{\circ})$



Red inductiva simple de ca.

Para un sistema de ca. La ecuación básica de la potencia es:

$$P = V_P\, I_P/2 \cos \theta = V_{efect}\, I_{efect} \cos \theta$$

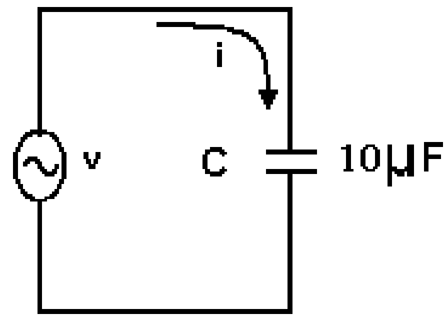
El ángulo θ es el ángulo de fase entre V e I en caso de un resistor puro se encontró que V e I estaban en fase y que $\theta = 0$

Si bien la reactancia es similar a la resistencia en lo que respecta a su capacidad de limitar la corriente hay que considerar que no es una forma de disipar energía como las de los elementos resistivos

Tendremos en cuenta que la reactancia inductiva es directamente proporcionar a la frecuencia de la señal aplicada.

Por tanto la reactancia es cero para cd.

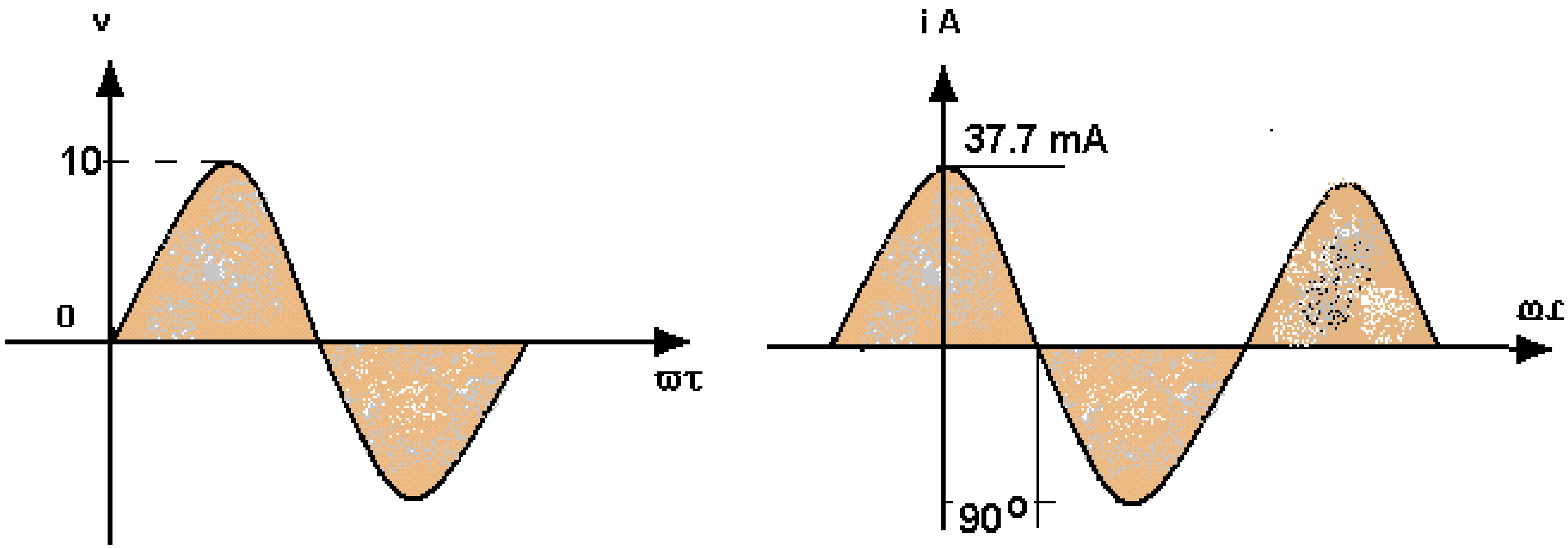
$v = 10 \text{ sen } 377t$
$f = 60 \text{ Hz}$



$X_C = 1/\omega C = 1/(377)(10\times10^{-6})\ \Omega$

$X_C = 10^{6}/3770 = 265.25\ \Omega$

$i = 37.7 \times 10^{-3} \text{ sen } (377t + 90^{o})$



Red Capacitiva simple de Ca.

El valor máximo de la corriente se determina mediante una aplicación simple de la Ley de Ohm.

$$I_p = V_p / X_c = 10V/265.25\ \Omega$$
$$= 0.0377\ A$$
$$= 37.7\ mA$$

Nótese que en este caso se introdujo un defasaje de 90º adelantado

Sustituyendo en la ecuación de potencia se obtiene:

$$P_c = V_i \cos \theta = VI \cos 90^{o} = VI(0) = 0 \text{ W}$$

El factor cos θ en la ecuación general de potencia se llama *factor de potencia* de la red

factor de potencia = cos θ = *Fp*

Fasores y números complejos

En redes de un solo elemento el ángulo de fase apropiado se determina con poco esfuerzo.

En redes mas complejas se utiliza el método de vectores los cuales se pueden utilizar para representar corrientes y voltajes de ca.y reactancias.

Elementos de un circuito de corriente alterna

Un circuito de corriente alterna consta de una combinación de elementos (resistencias, capacidades y autoinducciones) y un generador que suministra la corriente alterna.

Una fem alterna se produce mediante la rotación de una bobina con velocidad angular constante dentro de un campo magnético uniforme producido entre los polos de un imán.

$$v = V0 \, sen(w\, t)$$

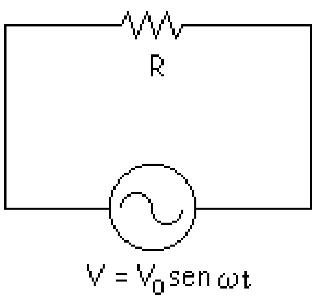
Un ejemplo del primer procedimiento, es la interpretación geométrica del Movimiento Armónico Simple como proyección sobre el eje X de un vector rotatorio de longitud igual a la amplitud y que gira con una velocidad angular igual a la frecuencia angular

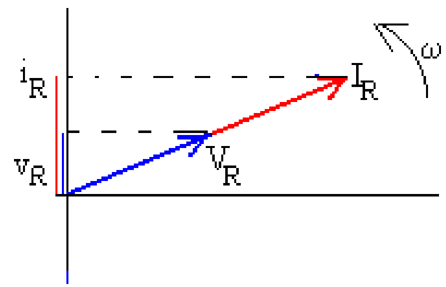
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones/circular/oscila1.htm%23descripci%C3%B3n

Mediante las representaciones vectoriales, la longitud del vector representa la amplitud y su proyección sobre el eje vertical representa el valor instantáneo de dicha cantidad. Los vectores se hacen girar en sentido contrario al las agujas del reloj.

Con letras mayúsculas representaremos los valores de la amplitud y con letras minúsculas los valores instantáneos.

Una resistencia conectada a un generador de corriente alterna





La ecuación de este circuito simple es (intensidad por resistencia igual a la fem)

$$iR=V_0 sen(w\ t)$$

iR=V_0sen(w t)

$$i_R = \frac{V_0}{R}\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

La diferencia de potencial en la resistencia es

vR= V0sen(w t)

*En una resistencia, la **intensidad** iR y la diferencia de potencial vR **están en fase**.*

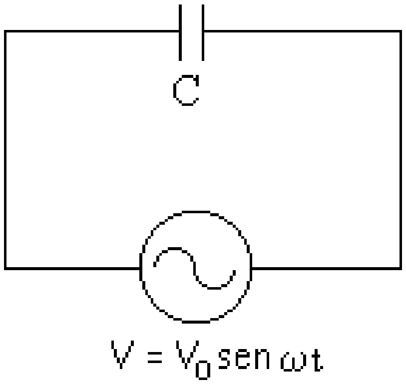
La relación entre sus amplitudes es:

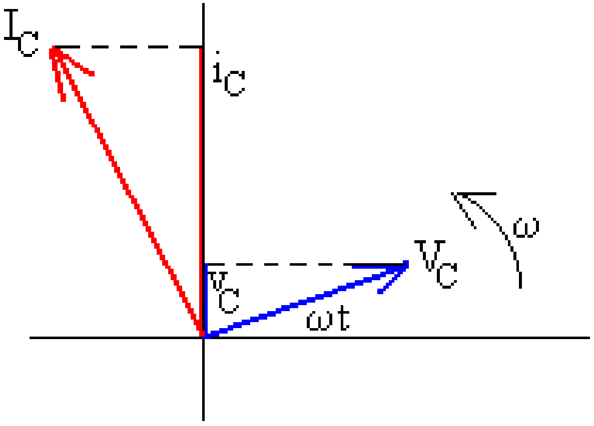
$$I_R = \frac{V_R}{R}$$

con $V_R = V_0$, la amplitud de la fem alterna

Como vemos en la representación vectorial de la figura, al cabo de un cierto tiempo *t*, los vectores rotatorios que representan a la intensidad en la resistencia y a la diferencia de potencial entre sus extremos, ha girado un ángulo *w t*. Sus proyecciones sobre el eje vertical marcados por los segmentos de color azul y rojo son respectivamente, los valores en el instante *t* de la intensidad que circula por la resistencia y de la diferencia de potencial entre sus extremos.

Un condensador conectado a un generador de corriente alterna





En un condensador la carga q, la capacidad C y diferencia de potencial v entre sus placas están relacionadas entre sí

$$q=C\cdot v$$

Si se conecta las placas del condensador a un generador de corriente alterna

$$q=C\cdot V_0\cdot sen(w\,t)$$

La intensidad se obtiene derivando la carga respecto del tiempo,

$$i = dq/dt$$

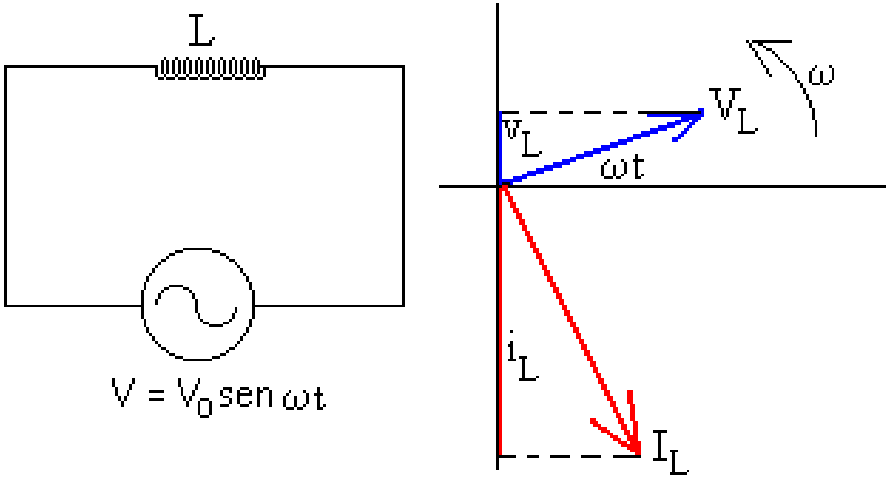
$$i_C = C\omega V_0 \cos(\omega t) = C\omega V_0 \,\mathrm{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Para un condensador, la **intensidad** i_C **está adelantada 90º** respecto a la diferencia de potencial v_C. La relación ente sus amplitudes es:

$$I_C = C\omega V_C$$

con $V_C=V_0$, la amplitud de la fem alterna

Una bobina conectada a un generador de corriente alterna



- Ya hemos estudiado la autoinducción y las corrientes autoinducidas que se producen en una bobina cuando circula por ella una corriente *i* variable con el tiempo..
- La ecuación del circuito es (suma de fem igual a intensidad por resistencia), como que la resistencia es nula

$$- L\frac{di}{dt} + V_0 \,\mathrm{sen}(\omega t) = 0$$

Integrando esta ecuación obtenemos *i* en función del tiempo

$$i_L = -\frac{V_0}{\omega L}\cos(\omega t) = \frac{V_0}{\omega L}\,\mathrm{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

La **intensidad** i_L de la en la bobina **está retrasada 90º** respecto de la diferencia de potencial entre sus extremos v_L.

La relación entre sus amplitudes es

$$I_L = \frac{V_L}{\omega L}$$

con $V_L = V_0$, la amplitud de la fem alterna

Medida de la autoinducción de un anillo

Se simula una experiencia diseñada para medir la autoinducción de un anillo.

Es un ejemplo ilustrativo de interconexión entre varios conceptos que se han explicado a lo largo de esta sección.

Inducción mutua

Circuito de corriente alterna.

Ley de Ohm

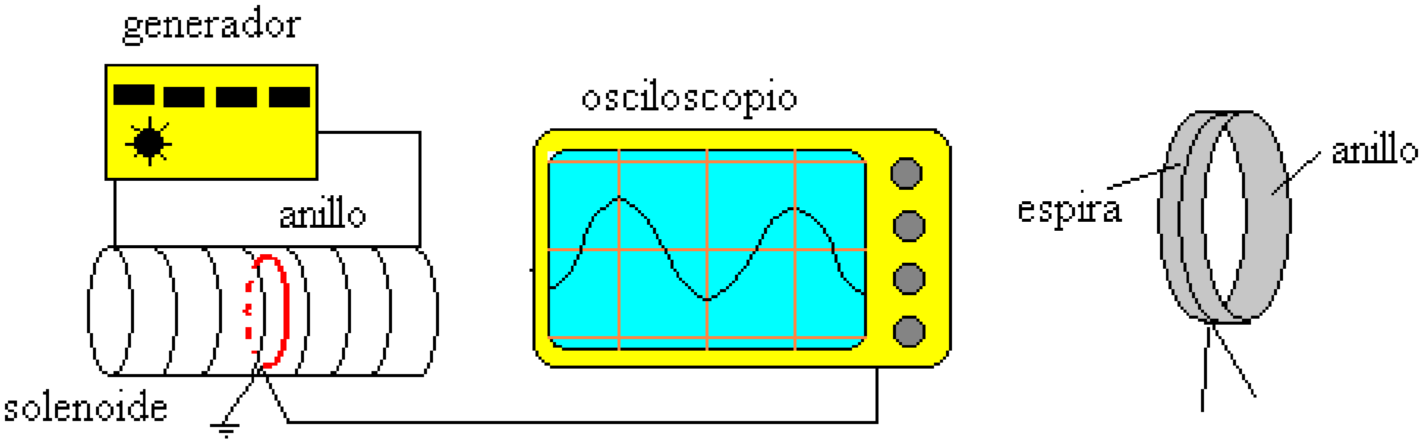
La experiencia consta de dos partes:

- Se coloca una espira de radio igual al del anillo en el interior de un largo solenoide.
- Se hace circular una corriente alterna por el solenoide (primario), se observa en la pantalla del osciloscopio la fem producida en la espira (secundario)

Se sitúa el anillo en el interior del solenoide. Se hace circular la misma corriente alterna por el solenoide (primario), se mide la fem producida en el anillo (secundario).

Se observa en la pantalla del osciloscopio un cambio en la amplitud y la fase.

En la experiencia real, se sitúa el anillo en el interior de la espira, rodeándolo completamente, tal como se indica en la figura.

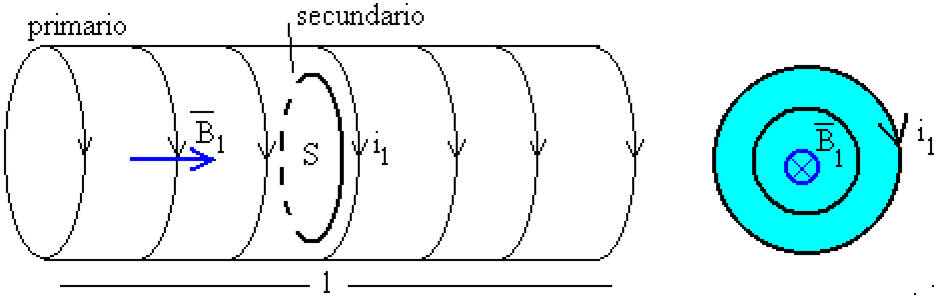


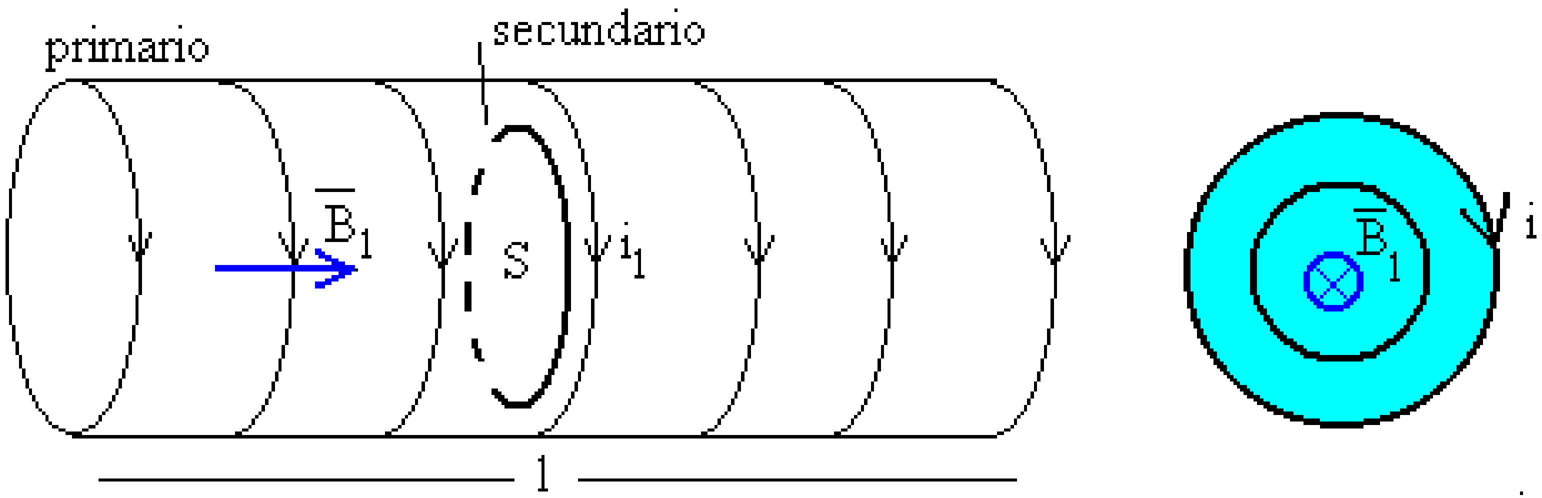
Comparando las amplitudes relativas y la diferencia fases de las representaciones de las dos fem en la pantalla de un osciloscopio, se determina la autoinducción del anillo.

Corriente inducida en la espira

Supongamos que el solenoide está formado *N* espiras, de longitud *l* recorrido por una corriente de intensidad *i*1.

Denominaremos circuito primario al solenoide y secundario a la espira.




primario
secundario
$\overline{B}_1$
S
i_1
l
$\overline{B}_1$
i_1

El campo magnético creado por el solenoide (primario) suponemos que es uniforme y paralelo a su eje, y cuyo valor hemos obtenido aplicando la ley de Ampère

$$B_1 = \frac{\mu_0 N}{l} i_1$$

Este campo atraviesa la sección de la espira (secundario) de área *S*, el flujo de dicho campo a través de la espira vale.

$$\Phi_e = \mathbf{B_1} \cdot \mathbf{S} = \frac{\mu_0 NS}{l} i_1$$

Cuando la intensidad de la corriente i_1 en el primario cambia con el tiempo, se induce en el secundario una fem V_e que se opone a los cambios de flujo.

Aplicamos la ley de Faraday, derivando el flujo que atraviesa el secundario respecto del tiempo

$$V_e = -\frac{d\Phi_e}{dt} = -\frac{\mu_0 NS}{l}\frac{di_1}{dt}$$

La fem en el secundario V_e siempre actúa en el sentido que se opone a la variación del flujo producido por el primario.

Si la corriente que circula por el primario i_1 varía con el tiempo de la forma

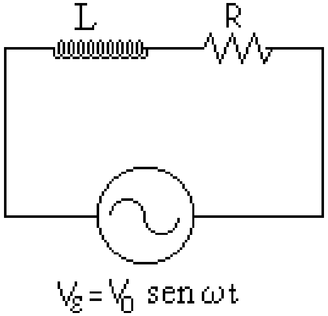
$i_1 = I_0 \cdot \cos(\omega t)$

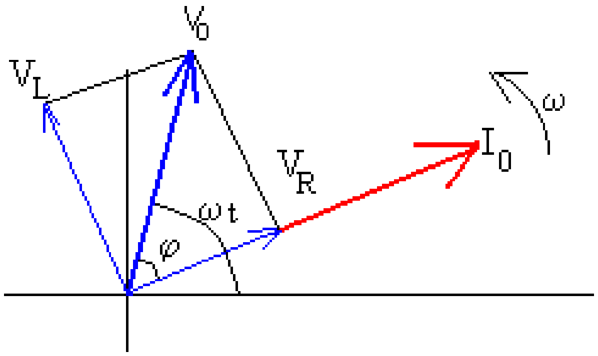
La fem producida en la espira es:

$$V_e = \frac{\mu_0 NS}{l} I_0 \omega \operatorname{sen}(\omega t) = V_0 \operatorname{sen}(\omega t)$$

El anillo como circuito R-L en serie conectado a una fem alterna

El anillo tiene una autoinducción *L* y una resistencia *R*. Supongamos que el anillo es un circuito R-L en serie conectado a una fem alterna de la forma $V_e = V_0 \cdot \text{sen}(w\, t)$.





La diferencia de potencial en los extremos de la autoinducción *L* está adelantada 90º respecto de la intensidad que circula por ella. La relación de amplitudes es $V_L=I0\cdot w\ _L$.

La diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia *R* está en fase con la intensidad. La relación de amplitudes es $V_R=I0\cdot R$.

Como vemos en la figura, la fem V_e, está adelantada un ángulo φ respecto de la intensidad I_a.

$$\tan\varphi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{\omega L}{R}$$

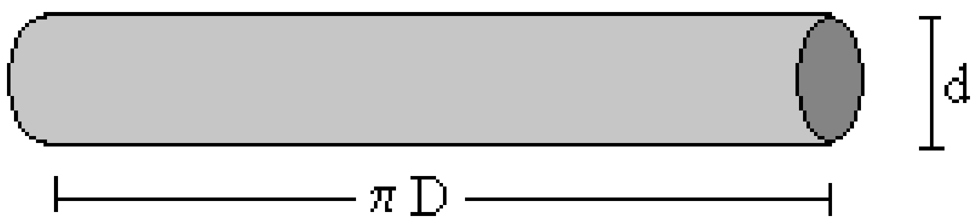
$$V_0^2 = V_R^2 + V_L^2$$

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

Resistencia del anillo

Supongamos que tenemos un anillo hecho de un material de resistividad ρ en forma toroidal de diámetro medio D, y cuya sección es un círculo de diámetro d, siendo $d \ll D$.

La ley de Ohm establece que la resistencia es



La ley de Ohm establece que la resistencia es:

$$R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{\pi D}{\pi \frac{d^2}{4}} = \rho \frac{4D}{d^2}$$

En esta tabla se proporcionan datos acerca de la resistividad de algunos conductores metálicos.

Material	**Resistividad ρ (10^{-6} Ω·m)**
Aluminio	0.028
Cobre	0.0175
Hierro	0.098
Plata	0.016
Plomo	0.221